m-m

De Calculo per excessum & defectum, cujus beneficio demonstrativè determinari potest quantum quæsitum seu incognitum cum cognito proportionaliter crescens, veluti Parabola cum Rectangulo super eadem basi & ejusdem altitudinis; lunula cum quadrato diametri; peripheria cum diametro &c.

Auctore Vice-Colonello CORSONICHIO.

Varsaviæ 1788.

1.] THeorema 1. *Differentia quantorum per rationes excessivam & defectivam inventorum est aggregatum ex eorundem excessu & defectu.*

Demonstratio. Sit quantum excessivum $= a$, excessus $= x$, defectus $= y$; erit quantum verum $= a - x$, & quantum defectivum $= a - x - y$, quod ablatum ex excessivo $= a$, relinquit differentiam $x + y$, h. e. summam excessus & defectus.

2.] *Corollarium.* Si itaque excessus & defectus sunt separabiles; palam est, ablato excessu ex quanto excessivo; vel addito valore defectus ad defectivum, utroque modo prodire quantum verum; quod deinde comparatum cum quanto cognito proportionaliter crescente, manifestat rationem unius ad alterum.

3.] Theorema 2. *Illa differentia est tantum resolubilis in excessum & defectum, cujus numerator est conflatus ex denominatoribus utriusque quanti falsi.*

Demonstratio. Ut differentia quantorum inveniatur; necesse est illa prius reducere ad eandem denominationem, h. e. multiplicare terminos quanti excessivi per denominatorem defectivi, & terminos quanti defectivi per denominatorem excessivi. Si itaque excessus & defectus quantorum reducendorum sunt separabiles; debent necessariò ob reductionem factam etiam termini excessus per denominatorem quanti defectivi, & termini defectus per denominatorem quanti excessivi in quantis æquivalentibus contineri multiplicati: ergo numerator excessus æquivalentis debet constare ex denominatore uno vel pluribus, h. e. ex denominatore simplo vel multiplo quanti *defectivi*, numerator defectus æquivalentis ex denominatore simplo vel multiplo quanti *excessivi*, & denominator communis utriusque esse factum ex denominatoribus quantorum falsorum, h. e. esse idem, ac denominator differentiæ: ut ergo differentia, quæ est summa ex utroque [§. 1.], sit resolubilis in excessum & defectum; debet numerator ejus esse conflatus ex denominatoribus utriusque quanti falsi.

4.] *Corollarium.* Quoniam igitur termini excessus per denominatorem quanti defectivi, & termini defectus per denominatorem excessivi in quantis æquivalentibus continentur multiplicati; palam est, divisis terminis excessus æquivalentis per denominatorem quanti defectivi, & terminis defectus æquivalentis per denominatorem excessivi, in 1mo casu emergere excessum, & in 2do defectum quantorum primitivorum.

5.] Problema 1. *Differentiam quantorum excessivi & defectivi, cujus numerator est conflatus ex denominatoribus utriusque, resolvere in excessum & defectum.*

Resolutio. 1mo. Ex numeratore differentiæ subducatur denominator quanti unius tamdiu, donec relinquatur simplum, vel multiplum denominatoris alterius, & huic residuo subscribatur denominator differentiæ. 2do. Denominator subtractus multiplicetur per numerum subtractionum factarum, & producto subscribatur idem denominator differentiæ; quo facto habentur 2 partes differentiæ, quarum illa, cujus numerator est denominator simplus vel multiplus quanti *defectivi*, est excessus, & ea, cujus numerator est denominator simplus vel multiplus *excessivi*, defectus.

E. gr. Inferendo: ut Rectangulum 9 ad Parabolam excessivam 7 (§. 7.), ita rectangulum $= 3$ ad parabolam excessivam quæsitam (§. 8.), & ut

& ut rectangulum 7 ad parabulam defectivam 4, ita rectangulum 3 ad parabolam defectivam quæsitam, producuntur parabolæ falsæ $\frac{21}{9}$ & $\frac{12}{7} = \frac{147}{63}$ & $\frac{108}{63}$, quarum differentia, h. e. summa excessus & defectus (§. 1.), est $\frac{39}{63}$, è cujus numeratore denominator 9 ablatus, relinquit 30, idem denominator ablatus ex 30, relinquit 21, h. e. 3plum denominatoris 7 parabolæ defectivæ: subscribendo ergo huic 3plo denominatorem differentiæ, prodit excessus $\frac{21}{63}$; multiplicando autem denominatorem ablatum 9 per 2, quia fuit bis ablatus, & subscribendo producto 18 eundem denominatorem differentiæ, emergit defectus $\frac{18}{63}$.

Demonstratio. Differentia quantorum excessivi & defectivi est aggregatum ex eorundem excessu & defectu: si ergo numerator ejus est conflatus ex denominatoribus utriusque quanti, debet numerator excessus constare ex denominatore simplo vel multiplo *defectivi*, numerator defectus ex denominatore simplo vel multiplo *excessivi*, & denominator communis utriusque esse idem ac denominator differentiæ (§. 3). Jam cum numerator differentiæ $\frac{39}{63}$ sit conflatus ex 21 & 18, h. e. ex 3plo denominatore Parabolæ *defectivæ*, & 2plo *excessivæ*; palam est 21 esse numeratorem excessus, & 18 numeratorem defectus: subscribendo igitur utrique numeratori denominatorem communem differentiæ, prodit excessus $\frac{21}{63}$, & defectus $\frac{18}{63}$. Et quoniam auferre denominatorem quanti unius semel, bis, ter, quater, perinde est, ac subtrahere ejus simplum, 2plum, 3plum, 4plum; evidens est, subscribendo tam facto ex denominatore ablato in numerum subtractionum factarum, quàm multiplo aut simplo denominatoris alterius denominatorem communem differentiæ, prodire ejus partes, quarum illa, cujus numerator est denominator simplus vel multiplus quanti *defectivi*, est excessus, & ea, cujus numerator est denominator simplus vel multiplus quanti *excessivi*, defectus.

6.) *Corollarium.* Ergo parabola vera est $\frac{147}{63} - \frac{21}{63} = \frac{126}{63} = 2$, vel $\frac{108}{63} + \frac{18}{63} = \frac{126}{63} = 2$, ad quam Rectangulum est, ut 3 : 2 (§. 2.); vel dividendo terminos excessus $\frac{21}{63}$ per denominatorem 7 parabolæ defectivæ, & terminos defectus $\frac{18}{63}$ per denominatorem 9 excessivæ, prodeunt parabolarum primitivarum excessus $\frac{3}{9}$ & defectus $\frac{2}{7}$ (§. 4.): ergo parabola vera est $\frac{21}{9} - \frac{3}{9} = \frac{18}{9} = 2$, vel $\frac{12}{7} + \frac{2}{7} = \frac{14}{7} = 2$.

7.) Scholion. *Quanta incognita cujuslibet speciei investiganda sunt per quanta cognita pro 3tiis proportionalibus legitimè sumta (de quibus in § sequente), & per par rationum quanti cogniti ad incognitum, quarum altera excessiva, altera defectiva; ne autem differentia quantorum falsorum resolvi queat in plures, quam 2 partes; necesse est illa investigare per rationes approximantes, h. e. non multum à veris recedentes, & quarum antecedentes sunt vel ambo numeri impares; vel alter est numerus par, alter impar, dummodo antecedens unus non sit pars aliquota antecedentis alterius. Juxta hæc requisita itaque possunt esse 1mo. Rationes Rectanguli ad parabolam super eadem basi & ejusdem altitudinis,*

nis, *ut* 9 : 7 & 7 : 4; 11 : 8 & 10 : 6; 20 : 14 & 7 : 4; 13 : 9 & 8 : 5. 2do. *Rationes quadrati diametri ad lunulam*, *ut* 5 : 2 & 6 : 1; 7 : 3 & 9 : 2; 11 : 4 & 12 : 2 &c. 3tio. *Rationes diametri ad peripheriam*, *ut* 4 : 13 & 5 : 15; 5 : 16 & 6 : 18; 6 : 19 & 7 : 21; 7 : 22 & 9 28; 9 : 29 & 10 : 31; 100 : 313 *vel* 100 : 325 & 9 : 28; 113 : 355 & 10 : 31 &c.

8.) Theorema 3. *Ut numerator differentiæ quantorum falsorum prodeat conflatus ex denominatoribus quanti utriusque*, *opus est parabolas investigare per Rectangulum* = 3, *Lunulas per diametri quadratum* = 4, & *peripherias per diametrum* = 8 *pro 3tiis proportionalibus sumta*.

Demonstratio. 1*mo*. Sumtis rectangulo = 1 pro 3tio proportionali, ratione ejus ad parabolam excessiva 7 : 5 & defectiva 8 : 5, producuntur parabolæ falsæ $\frac{5}{7}$ & $\frac{5}{8}$ = $\frac{40}{56}$ & $\frac{35}{56}$, quarum differentia est $\frac{5}{56}$. Jam cum differentiæ parabolarum crescant in ratione rectangulorum; palam est, differentias parabolarum investigatarum per rectangula = 2 & 3 esse $\frac{10}{56}$ & $\frac{15}{56}$, quarum sola 3tia habet numeratorem conflatum ex denominatore 8 parabolæ defectivæ, & ex denominatore 7 excessivæ: ergo excessus parabolarum investigatarum per rectangulum 3 est $\frac{8}{56}$ & defectus $\frac{7}{56}$ (§. 5. 3). 2*do*. Sumtis diametri quadrato = 1, ratione ejus ad lunulam excessiva 7 : 2 & defectiva 5 : 1, prodeunt lunulæ $\frac{2}{7}$ & $\frac{1}{5}$ = $\frac{10}{35}$ & $\frac{7}{35}$, quarum differentia est $\frac{3}{35}$. Jam cum differentiæ lunularum crescant in ratione quadratorum; evidens est, differentiam lunularum investigatarum per diametri quadratum = 4, esse $\frac{12}{35}$, quæ habet numeratorem conflatum ex denominatore 5 lunulæ defectivæ, & denominatore 7 excessivæ: ergo excessus lunularum indagatarum per quadratum = 4, est $\frac{5}{35}$ & defectus $\frac{7}{35}$. 3*tio*. Sumtis diametro = 1 pro 3tia proportionali, ratione ejus ad peripheriam excessiva 7 : 22, & defectiva 9 : 28, producuntur peripheriæ $\frac{22}{7}$ & $\frac{28}{9}$ = $\frac{198}{63}$ & $\frac{196}{63}$, quarum differentia est $\frac{2}{63}$. Jam cum differentiæ peripheriarum crescant in ratione diametrorum; manifestum est, differentias peripheriarum investigatarum successivè per diametros = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, esse $\frac{4}{63}$ $\frac{6}{63}$ $\frac{8}{63}$ $\frac{10}{63}$ $\frac{12}{63}$ $\frac{14}{63}$ $\frac{16}{63}$, quarum sola 8va habet numeratorem conflatum ex denominatore 9 peripheriæ defectivæ, & ex denominatore 7 excessivæ: ergo excessus est $\frac{9}{63}$ & defectus $\frac{7}{63}$; ex his evidens est, parabolas investigandas esse per Rectangulum 3; lunulas per quadratum 4, peripherias per diam: 8.

9.) Problema 2. *Determinare rationem diametri ad peripheriam*.

Resolutio & demonstratio. 1*mo*. Sumta diametro = 8 pro 3tia proportionali (§ 8.), quæratur per par quodcunque rationum juxta requisita §. 7mi inventarum peripheria excessiva & defectiva, atque earum differentia. 2*do* Differentia inventa resolvatur in excessum & defectum (§. 5.), quibus inventis peripheria vera & ratio diametri ad eandem illico determinatur (§. 2.). Nam inferendo: ut diameter 4 ad periph: exces: 13, ita diameter 8 ad excessivam quæsitam; & ut diameter 5 ad periph: defect: 15, ita diameter 8 ad defectivam quæ-

sitam,

sitam, producuntur peripheriæ primitivæ $\frac{104}{4}$ & $\frac{120}{5}$, quæ reductæ ad eandem denominationem, sistunt æquivalentes $\frac{520}{20}$ & $\frac{480}{20}$, quarum differentia, h. e. summa excessus & defectus (§. 1.), est $\frac{40}{20}$: auferendo itaque ex ejus numeratore denominatorem 5 peripheriæ defectivæ quater, h. e. subtrahendo hujus denominatoris quadruplum 20 ex 40, relinquitur residuum 20, h. e. 5plum denominatoris 4 peripheriæ exces: Subscribendo ergo tam huic 4plo denominatori *defectivæ*, quàm 5plo *excessivæ*, ex quibus numerator differentiæ est conflatus, denominatorem communem differentiæ, prodit peripheriarum æquivalentium excessus $\frac{20}{20}$ & defectus quoque $\frac{20}{20}$ (§. 3. 5.). Ergo peripheria vera est $= \frac{520}{20} - \frac{20}{20} = \frac{500}{20} = 25$; vel $\frac{480}{20} + \frac{20}{20} = \frac{500}{20} = 25$, ad quam diameter est, ut 8 : 25 (§. 2.); Vel dividendo terminos excessus $\frac{20}{20}$ per denominatorem 5 defectivæ, & terminos defectus $\frac{20}{20}$ per denominatorem 4 excessivæ, prodit peripheriarum primitivarum excesus $\frac{4}{4}$ & defectus $\frac{5}{5}$ (§. 4): Ergo peripheria vera est $\frac{104}{4} - \frac{4}{4} = \frac{100}{4} = 25$; vel $\frac{120}{5} + \frac{5}{5} = \frac{125}{5} = 25$. Dividendo porro has peripherias primitivas, earumque excessum & defectum per diametrum $= 8$, emergunt peripheriæ excessiva $\frac{104}{32}$ cum excessu $\frac{4}{32}$ ejusdem denominationis, & defectiva $\frac{120}{40}$ cum defectu $\frac{5}{40}$ ejusdem denominationis respondentes diametro $= 1$. Ergo peripheria vera est $\frac{104}{32} - \frac{4}{32} = \frac{100}{32} = 3\frac{1}{8}$; vel $\frac{120}{40} + \frac{5}{40} = \frac{125}{40} = 3\frac{1}{8}$, ad quam diameter est, ut $1 : 3\frac{1}{8} = 8 : 25$. Jam cum per omnes rationes juxta requisita §. 7mi inventas, producantur excessus & defectus, quorum ope semper determinatur peripheria, ad quam diameter est, ut 8 : 25; palam est hanc rationem esse unicam veram.

10.) *Corollarium.* Quoniam itaque diameter est ad periph: ut 8 : 25; necesse est, ut vi propositionum geometricarum quadratum diametri sit ad aream circuli, ut $64 : 50 = 32 : 25$; & cubus diametri ad sphæram, ut 48 : 25.

11.) Problema 3. *Describere Circulum = quadrato dato & contra.*

Resolutio. 1mo. In quadrato dato ducantur diagonales se intersecantes, & prodibunt 4 Triangula rectangula inter se æqualia, quorum Catheti sunt quoque æquales, ut demonstrari potest circumscribendo quadrato dato ex puncto intersectionis diagonalium circulum. *2do.* Cathetus quicunque dividatur in 5 partes æquales, & radio 4 talium partium describatur circulus: hunc dico esse æqualem quadrato dato. Nam hocce quadratum ob Cathetos ei insertos evadit quadratum hypothenusæ æquale quadratis Cathetorum $25 + 25 = 50$; sed circulus radio 4 partium Catheti descriptus est quoque $= 50$ (§. 10): ergo. Quod si diameter circuli dati dividatur in 8 partes æquales, & 2 lineæ 5 talium partium jungantur ad angulum rectum, atque ducatur hypothenusa; erit quadratum hujus hypothenusæ = Circulo dato.